# 第十三章 拉普拉斯变换

## 13.1 拉普拉斯变换的定义

## 13.2 一些常用函数的拉普拉斯变换

## 13.3 拉普拉斯变换的基本性质

## 13.4 拉普拉斯反变换

## 13.5 应用拉普拉斯变换分析线性电路

用运算法计算线性电路，要将电路方程以复频域函数表达。

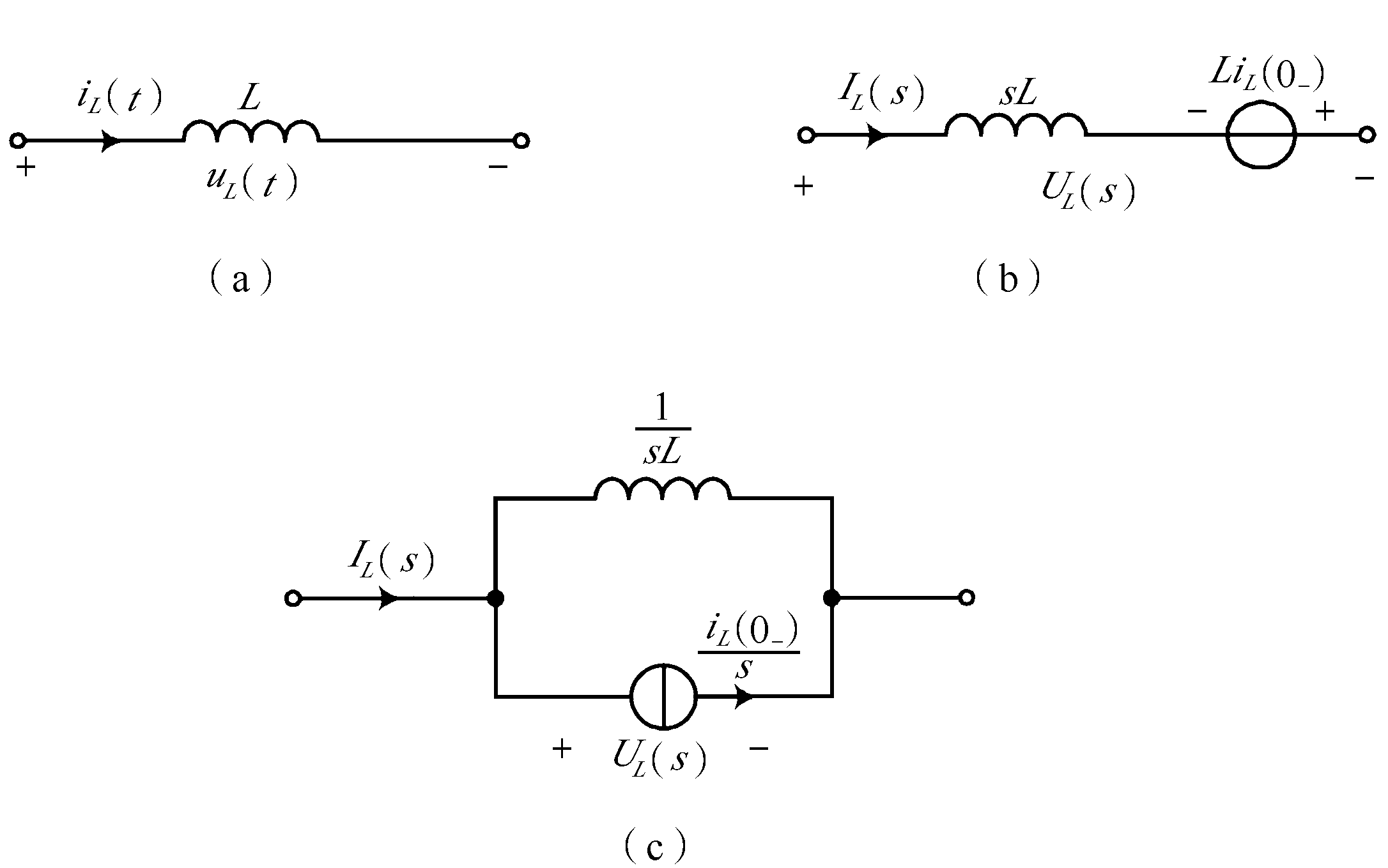
把元件伏安特性的时域函数转换成复频域函数关系，将时域电路模型转变成复频域电路模型，按复频域电路模型列出复频域电路方程。求出复频域解，再反变换为时域解。

### 13.5.1电路元件的复频域模型

电阻：

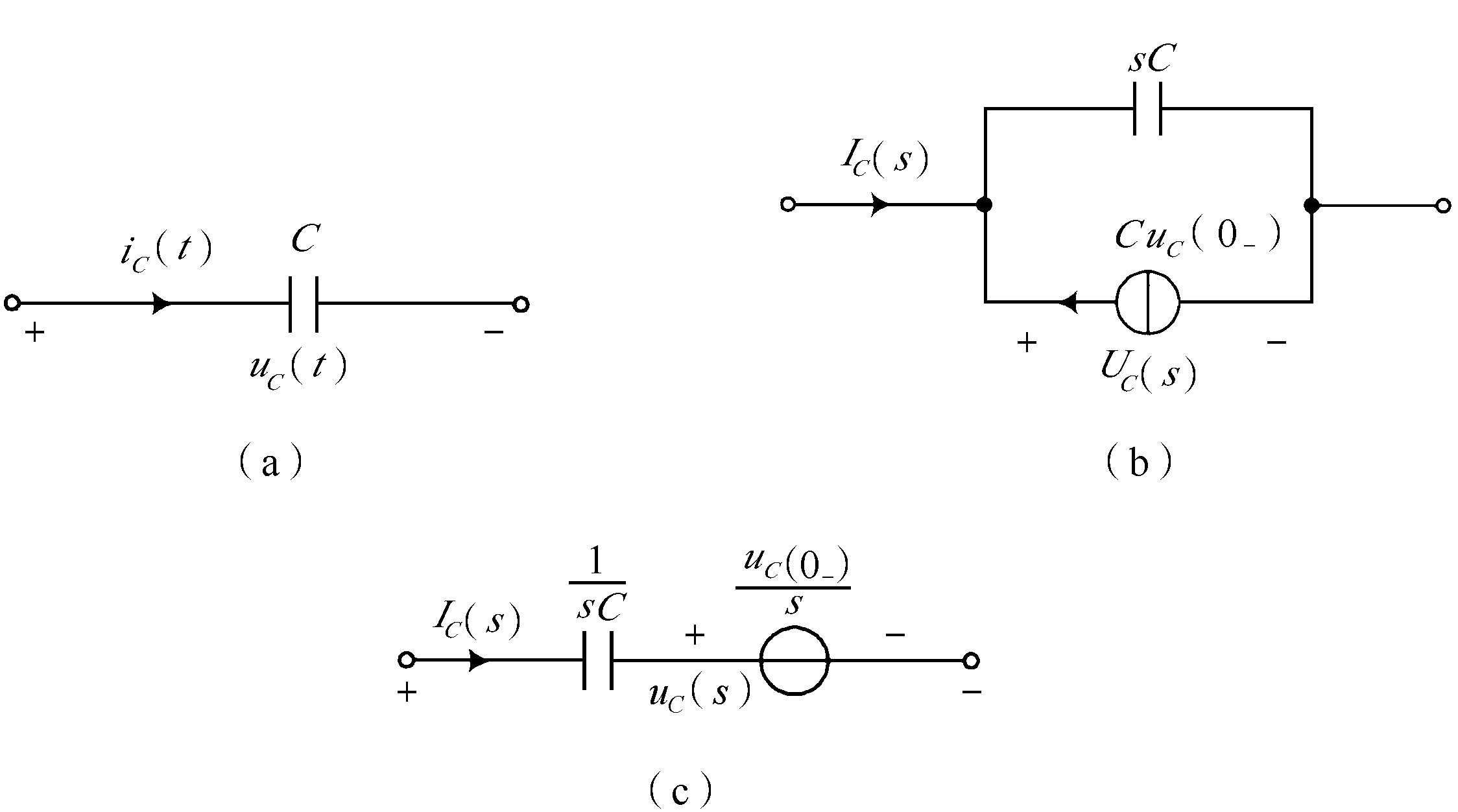
电感：

复频域电路模型：



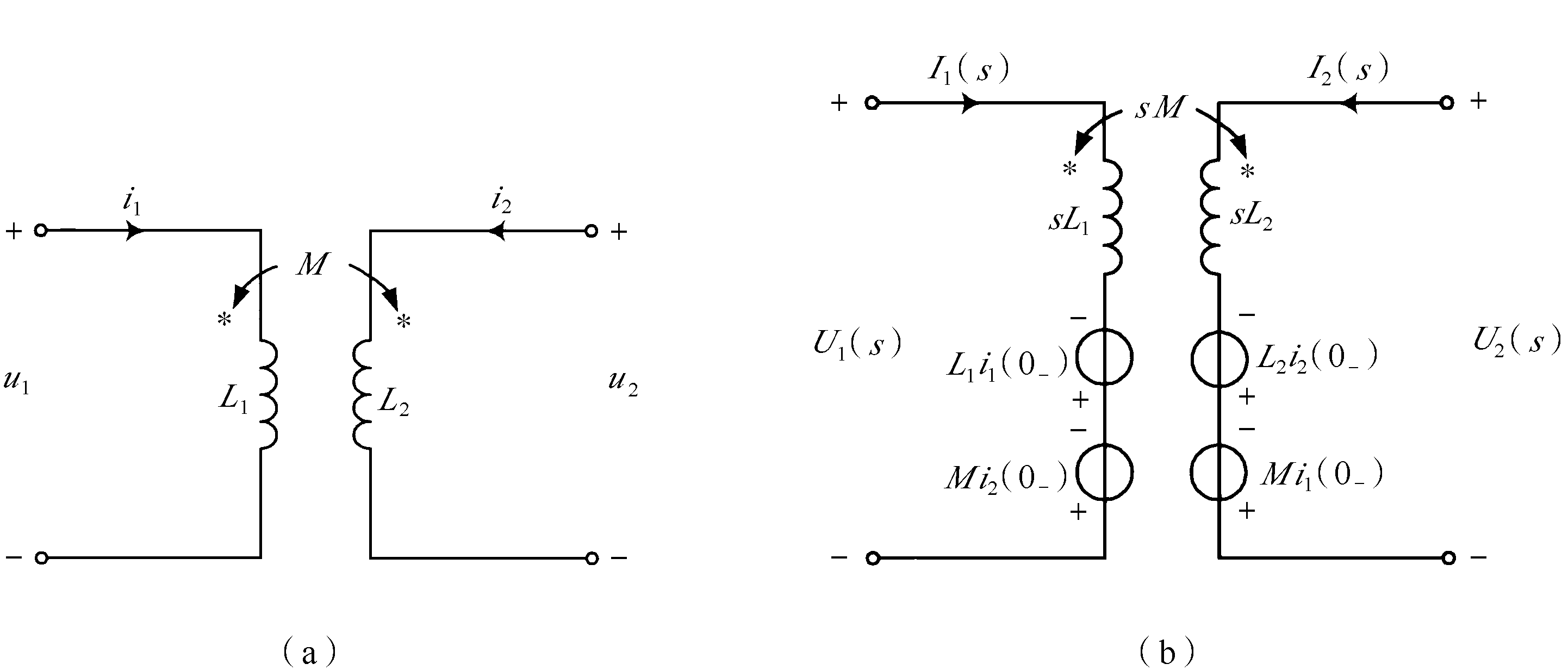
电容：

复频域电路模型：



耦合电感：

运算电路为：



### 13.5.2 电路基本定律

在直流电路及相量法中所学到的各种定理及计算方法，如叠加定理，戴维南定理、节点法、回路法等，均可用于复频域电路的分析计算。

### 13.5.3 运算法分析动态电路

应用运算法分析动态电路的步骤：

① 确定动态元件时刻的初始值。

② 将时域电路变换为复频域电路，动态元件的初始状态作为附加电源处理。

③ 列出复频域变量的代数方程

④ 求解出复频域解，再由拉氏反变换得时域解。

## 13.6 网络函数的定义及其性质

### 13.6.1 复频域中网络函数的定义

**网络函数**：线性非时变网络在单一激励作用下，零状态响应的象函数与激励的象函数之比。

响应与激励可以同属于一个端口，也可以不属于同一个端口。

当激励与响应同属于一个端口时， 称为驱动点阻抗， 称为驱动点导纳；若不属于同一端口，则网络函数称为**传递函数，** 称为传递阻抗（转移阻抗）， 称为传递导纳（转移导纳）， 称为转移（传递）电压比， 称为转移（传递）电流比。

网络函数是**一个**电源激励与由它产生的零状态响应之比，若网络中有多个电源，则每个电源将通过其各自的网络函数产生相应的响应分量，由叠加定理可得总的响应。

### 13.6.2 网络函数与冲激响应

单位冲激函数 的象函数为，当激励为单位冲激函数时，网络函数为：

其中是冲激响应的象函数，即：

是网络冲激响应的象函数，网络函数的原函数就是电路的冲激响应。

网络函数由网络结构和元件参数决定，线性时不变电路由线性RLC及独立电流，受控源（控制系数为常数）等元件组成。因此，网络函数是一个关于*s*的实系数有理式。

假设电路（网络）中某一个变量（支路电流、两点间电压等）在给定初始条件下的零输入响应为，且 。

式中仅取决于初始状态，仅取决于电路结构及元件参数。显然，决定着零输入响应的变化规律，所以把称为该电路变量的固有频率（自然频率）。

网络函数的分母多项式的根就是对应电路变量的固有频率。但不一定包括了所有对应电路变量的全部固有频率。

### 13.6.3 网络函数的性质

网络函数的性质归纳如下：

① 是一个实系数有理分式，其分子、分母多项式的根为实数或共轭复数。

② 的原函数即为对应变量的冲激响应。

③ 一般情况下，分母多项式的根即为对应电路变量的固有频率。

所以：

① 已知，以及电路初始状态，可以求得零输入响应。（从分母多项式可解得固有频率）。

② 已知、，可求得零状态响应。

③ 已知、及初始状态，可求完全响应。

## 13.7 复频域网络函数的极点与零点

由于网络函数分子、分母都是多项式，可以用因式乘积表示：

式中为的根，当时，，所以称为网络函数的**零点**； 为的根，当时，。所以称为的**极点**。

的极点与零点为实数或共轭复数，且的极点即为对应变量的固有频率。

以的实部为横轴，虚部*jω*为纵轴的坐标平面称为复频率平面，简称**复平面**或**平面**。在平面上标出的零点、极点位置（习惯上用•表示零点，×表示极点），就得到的极、零点图。极、零点的在*s*平面上的分布与网络的时域动态响应和正弦稳态响应有着密切关系。

## 13.8 极点、零点与冲激响应

若网络函数的分母具有单根且为真分式，则对应变量的冲激响应为：

其中，为的极点。只要全部极点位于平面的左半平面，则必随时间增长而衰减，电路是稳定的。有极点位于右平面，电路将不稳定。一般一个实际的线性电路（无负电阻），其网络函数的极点一定位于平面的左半边，也就是稳定的。